

考虑土压力与位移非线性关系的基坑卸荷拱*

宋明健¹, 汤连生², 胡伟康³

(1. 中山大学工学院, 广东 广州 510275; 2. 中山大学地球科学系, 广东 广州 510275;
3. 佛山市国土资源局, 广东 佛山 528000)

摘 要: 现有关于卸荷拱的研究, 基本上都没有考虑土压力随位移的变化而不断变化这一实际。首先, 根据土压力随位移的非线性变化规律以及各个区域不同程度的变形, 把卸荷拱周围的土压力差简化成前后为均匀分布、左右呈三角形分布的荷载形式, 并对卸荷拱在此压力差作用下的力学特征进行了分析, 推出了卸荷拱和平衡拱的轴线方程、跨度和矢高的计算表达式。最后, 结合所划分的坑周变形区域和显著性影响范围(AIR)的定义, 分析了坑周土体的弹塑性变形量随变形范围变化的累积关系, 并得到了卸荷拱周围土压力差的一种简化计算方法。

关键词: 基坑; 卸荷拱; 土拱; 土压力; 位移

中图分类号: O319.56 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2008) 06-0027-05

卸荷拱的存在形式直接影响着空间土压力的大小和分布^[1-4]。关于卸荷拱的现有的研究中, 基本上还是按照经典土压力计算法则进行分析, 均没有考虑土压力随变形或者位移发展所引起的变化。而由于卸荷扰动以及坑壁变形, 坑周土体发生变形或者移动则是必然的事。

所以, 考虑土压力随土体变形或者位移变化而变化的规律, 对卸荷拱的存在形式给予深入探讨, 对准确分析空间土压力的分布特征^[5], 研究基坑的变形, 以及支护结构的设计等都具有十分重要的意义。

1 卸荷拱的形成机理

1.1 土拱机理的认识

按照 Terzaghi^[6]的观点, 一定强度的材料, 只要内部出现不均匀变形并且局部地区存在阻挠作用, 即会形成土拱。很多研究认为^[2,7], 土拱是因土体抗剪强度的发挥而出现的一种应力转移现象, 是土体通过不均匀变形的应力传递和自我优化调整而自发形成。

1.2 基坑中卸荷拱的形成机理

开挖扰动后, 基坑坑壁会与支护结构一起发生变形或者移动, 从而带动坑周土体的变形和移动。

土体的变形移动, 可能使得坑周土体出现不同的变形区域: 未扰动区、弹性区、塑性区、破坏区。破坏区的存在不是必然的, 如果支护及时且支护刚度足够, 使得受到扰动而出现的变形能得到很好地控制, 便不会出现破坏变形。破坏变形预示着坑壁附近有部分区域可能发生失稳, 这对安全性要求较高的基坑工程来说是不合适的, 所以, 本文假设坑周的变形只包括弹性变形和塑性变形。

在弹性区域和塑性区域之间, 由于变形量的不一致, 变形量大的区域由于较大的变形而出现相对较大的应力松弛; 变形量小的区域因变形发展不能跟上变形量大的区域而不能获得到有效“支撑”, 在压力差、粘聚力、内摩擦力等共同作用下使得强度效应得到发挥, 变形量小的区域内部的应力开始向两侧发生偏移, 从而便在空间形成了卸荷拱。

随着变形量的增加卸荷拱不断变大, 在扰动增大到一定程度时, 卸荷拱处于极限平衡状态, 即形成所谓的平衡拱^[1]。如果进一步增加扰动, 平衡拱便可能因承受较大的应力差而破坏。

2 卸荷拱的分析计算

在卸荷拱的分析时, 很多研究均将卸荷拱内外荷载假设成均匀力场、把土拱假设为双铰拱且拱身

* 收稿日期: 2008-03-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40872205); 全国高等学校博士学科专项科研基金资助项目(20070558032); 广东省自然科学基金资助项目(07003738); 广东省科技计划资助项目(2008B030303009, 2003C33301)

作者简介: 宋明健(1977年生), 男, 博士生; 通讯联系人: 汤连生; E-mail: eestls@mail.sysu.edu.cn

并无剪力和弯矩作用^[1-3,8]。在计算方法方面,周健等^[3]采用弹性力学中受均布荷载的圆筒分析方法,对圆形支护结构内力和位移的拱效应进行了分析。陈德文^[9]将拱形围护结构作为竖向组合悬臂构件来计算。赵利益等^[10]用三维弹塑性有限元来分析水泥土拱形围护结构。张土乔等^[11]结合弹性抗力法与拱梁法来分析计算拱形围护结构。蒋良淮等^[11]将土拱的平衡条件和强度条件简化为以拱脚处拱圈轴向压应力表达的形式,根据轴向压应力与矢跨比函数关系,利用摩尔-库仑强度准则,推导了拱曲线与桩间距上下限的计算式。

以上这些研究,均没有考虑土压力随位移变化而引起的变化,而且,把拱内外侧的应力场均假设为均匀状态,与实际情况存在差异。

3 考虑土压力和位移非线性关系的卸荷拱

结合土压力随位移变化而变化的非线性关系,对卸荷拱进行分析。

3.1 力学分析

未扰动区域既无塑性应变,也无弹性应变,土压力为静止土压力 p_0 。受扰动的区域内部既有弹性应变,也有塑性应变,其土压力和土体应变及土体位移有关。

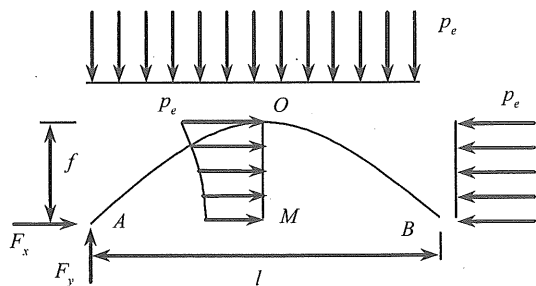


图 1 卸荷拱及其周围的土压力
Fig. 1 Unloading arch and earth pressure

由于未扰动区域范围较大,区域边界可看成直线,且未扰动区域到卸荷拱的距离相对于卸荷拱矢高大得多,则可近似认为卸荷拱上各点到未扰动区域距离相等,即卸荷拱背侧各处的累积弹性变形量 δ_e 近似相等。另外,坑壁由于支护作用,同一高程的坑壁位移量近似相等,按照以上近似处理,则卸荷拱内外侧的土压力差为

$$p = [K(\delta_e) - K(\delta)]p_0 \quad (1)$$

式中, K 为土压力和变形(位移)之间的非线性关系,按公式(1)取定; δ_e 为卸荷拱外侧土体的累

计弹性变形量; p 卸荷拱内外侧受到的压力差,近似认为成均匀分布,且指向坑壁一侧,如图 1。

由于卸荷拱位于弹塑性过渡区域,卸荷拱内部开始出现塑性变形,其累积变形包括拱外弹性区域的累积弹性变形量、拱内塑性土体的累积弹性变形量与拱内塑性土体的累积塑性变形量。假设土体各向同性且卸荷拱内部的累积变形呈线性变化,则卸荷拱左右两侧因土体变形或者移动形成的土压力差可以表示为,

$$q = [K(\delta_e) - K(\delta_e + \frac{y}{f}\delta_p)]p_0 \quad (2)$$

式中, δ_p 为卸荷拱内部塑性土体的累计变形量; f 为卸荷拱拱高; y 为卸荷拱内部某点的纵坐标; q 卸荷拱两侧的压力差,当 $y = 0$ 时, $q = [K(\delta_e) - K(\delta_e)]p_0 = 0$; 当 $y = f$ 时, $q = [K(\delta_e) - K(\delta_e + \delta_p)]p_0$ 。近似认为 q 成三角形分布,方向指向卸荷拱内部,如图 2。

3.2 卸荷拱轴线的推导

以半拱为研究对象,左右半拱之间相互作用力为 N_0 ,拱脚分别承受水平向作用力 F_x 和竖直向作用力 F_y ,如图 2 所示。

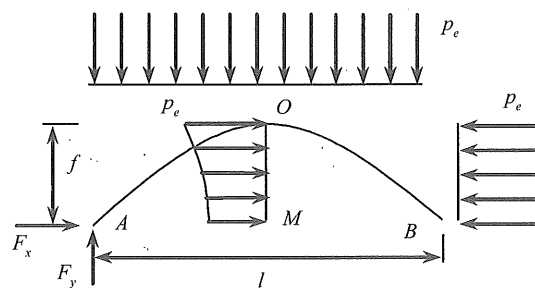


图 2 半拱力学分析
Fig. 2 Mechanic analysis of unloading arch

由静力平衡条件可得,

$$\sum X = 0, N_0 - F_x - \frac{qf}{2} = 0 \quad (3)$$

$$\sum Y = 0, p \frac{l}{2} - F_y = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_{(O)} = 0,$$

$$F_y \frac{l}{2} - p \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} - q \frac{f}{2} \cdot \frac{2f}{3} - F_x f = 0 \quad (5)$$

联立方程(3)~(5)可得,

$$F_y = p \frac{l}{2} \quad (6)$$

$$F_x = \frac{pl^2}{8f} - \frac{qf}{3} \quad (7)$$

$$N_0 = \frac{pl^2}{8f} + \frac{qf}{6} \quad (8)$$

在卸荷拱上取截面 K , 其截面形心坐标为 (x, y) , 截面方向角为 θ , 截面上的内力有轴力 N_K 、剪力 Q_K 。以截面 K 左侧为研究对象, 如图 3 所示。由平衡条件可得,

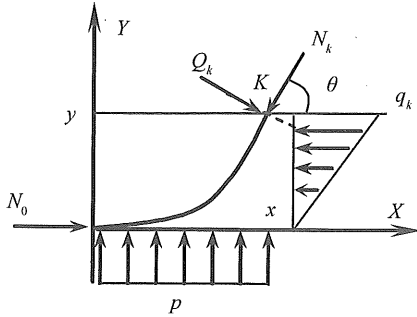


图3 截面 K - 侧力学分析

Fig. 3 Mechanic analysis on section K

$$\sum X = 0,$$

$$N_K = \left(\frac{pl^2 - 4qy^2}{8f} + \frac{qf}{6} \right) \cos \theta + px \sin \theta \quad (9)$$

$$\sum Y = 0,$$

$$Q_K = \left(\frac{pl^2 - 4qy^2}{8f} + \frac{qf}{6} \right) \sin \theta - px \cos \theta \quad (10)$$

$$\sum M_{(K)} = 0,$$

$$N_0 y - \frac{q}{f} y \cdot \frac{y}{2} \cdot \frac{y}{3} - px \cdot \frac{x}{2} = 0 \quad (11)$$

联立公式 (8) (11) 即有,

$$4qy^3 - (3pl^2 + 4qf^2)y + 12pf x^2 = 0 \quad (12)$$

公式 (12) 即为所求卸荷拱的轴线形式。

3.3 拱高和跨度的确定

假定拱脚已经处于极限平衡状态, 按莫尔-库伦强度准则, 水平向应力和竖直向应力应满足一定的关系。作用力 F_x 和竖直向作用力 F_y 之间存在如下关系,

$$F_y = c + F_x \tan \varphi \quad (13)$$

联合公式 (6) (7) (13), 可得,

$$\frac{pl}{2} = c + \left(\frac{pl^2}{8f} - \frac{qf}{3} \right) \tan \varphi \quad (14)$$

另外, 由公式 (9) (10) 可得在拱端截面处的轴力和剪力,

$$N_A = \left(\frac{pl^2}{8f} - \frac{qf}{3} \right) \cos \theta_A + \frac{pl}{2} \sin \theta_A \quad (15)$$

$$Q_A = \left(\frac{pl^2}{8f} - \frac{qf}{3} \right) \sin \theta_A - \frac{pl}{2} \cos \theta_A \quad (16)$$

通过拱端截面的轴力和剪力对 O 点取力矩, 可得

$$\sum M_{(O)} = 0,$$

$$(N_A \sin \theta + Q_A \cos \theta_A) \frac{l}{2} + (Q_A \sin \theta_A -$$

$$N_A \cos \theta_A) f - \frac{pl^2}{8} - \frac{qf^2}{3} = 0 \quad (17)$$

联合公式 (15) (16) (17) 有,

$$\left(\frac{pl^2}{4} - \frac{2}{3} qf^2 \right) \tan^2 \theta_A + \left(\frac{pl^3}{8f} - plf - \frac{qf^2}{3} \right) \tan \theta_A - \frac{1}{2} pl^2 = 0 \quad (18)$$

由于 $y'|_{x=\frac{l}{2}} = \tan \theta_A$, 则由公式 (12) 可得,

$$\left(\frac{qf}{3} - \frac{pl^2}{8f} \right) \tan \theta_A + \frac{pl}{2} = 0 \quad (19)$$

联合公式 (14) (18) (19) 即

$$\begin{cases} \frac{pl}{2} = c + \left(\frac{pl^2}{8f} - \frac{qf}{3} \right) \tan \varphi \\ \left(\frac{qf}{3} - \frac{pl^2}{8f} \right) \tan \theta_A + \frac{pl}{2} = 0 \\ \left(\frac{pl^2}{4} - \frac{2}{3} qf^2 \right) \tan^2 \theta_A + \left(\frac{pl^3}{8f} - plf - \frac{qf^2}{3} \right) \tan \theta_A - \frac{1}{2} pl^2 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

根据公式 (20) 可计算出拱高和跨度。

3.4 平衡拱

在卸荷拱发展到极限平衡状态时, 卸荷拱的跨度 l 近似等于外部约束作用点之间的距离, 对于疏排桩式等挡土结构, l 即为两桩之间的距离, 对于连续墙和密排桩等挡土结构, l 近似为坑壁的宽度。设疏排桩桩距或坑壁的宽度为 B , 结合公式 (12) 和 (20), 即可得到极限平衡状态时, 平衡拱的跨度、矢高和轴线形式。

4 压力差 p 、 q 的确定

压力差 p 、 q 的确定, 关键是确定出卸荷拱附近的累积变形量。而确定卸荷拱周围的累积变形量, 又需要知道扰动后坑周的变形范围和发生变形的程度。对于特定的岩土及其边界条件, 一定压力作用下的变形大小可以通过监测或者试验得到; 变形的范围采用显著影响范围 AIR 定义^[13], 即

$$AIR = (H + D) \tan(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \quad (21)$$

式中, AIR 为显著影响范围; H 为基坑开挖深度; D 为基坑挡墙入土深度。

假定坑周变形量随距离的变化关系如图 4 所示, 随距离的增加, 扰动区域各处的变形近似呈线性逐渐减小。

根据变形和距离即可求得累积变形量, 令塑性区域宽为 x , 则弹性区域为 $AIR - x$, 且有

$$\delta = \frac{\varepsilon_e (AIR - x)}{2} + \frac{(\varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_p) x}{2} \quad (22)$$

式中, ε_e , ε_p 为具体的岩土特性指标, ε_e 为弹性限时的极限弹性变形; ε_p 为塑性限时的极限塑性变形; x 为塑性变形区宽度, 由于假定坑壁不允许出现破坏, 亦即弹塑性边界到坑壁的距离; 其他符号意义同前。

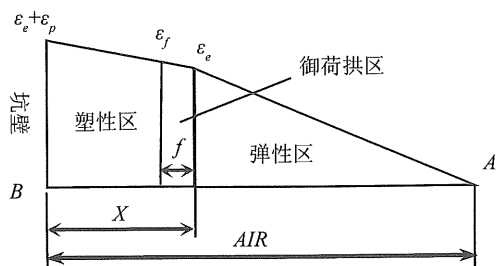


图 4 坑周变形量随距离的变化关系

Fig. 4 Relation of distance and deformation in foundation pit

根据式 (22) 即可求得弹性区域和塑性区域的大小。

$$x = \frac{2\delta - \varepsilon_e \cdot AIR}{\varepsilon_e + \varepsilon_p} \quad (23)$$

则, 弹性区域的累计变形量和塑性区域的累计变形量可以表示成,

$$\delta_e = \frac{2AIR \cdot \varepsilon_e + AIR \cdot \varepsilon_p - 2\delta}{2(\varepsilon_e + \varepsilon_p)} \varepsilon_e \quad (24)$$

$$\delta_p = \frac{(\varepsilon_e \varepsilon_p + \varepsilon_p^2) f^2}{4\delta - 2AIR \cdot \varepsilon_e} - \frac{2\delta \varepsilon_e + AIR \cdot \varepsilon_e \varepsilon_p}{2\varepsilon_e + 2\varepsilon_p} + \varepsilon_e (f + AIR) \quad (25)$$

联合公式 (1)、(2)、(24)、(25) 即可求得卸荷拱周围的压力差 p 、 q 。知道了卸荷拱周围的应力分布, 即可求得卸荷拱和平衡拱的大小。

5 计算实例

假设基坑开挖深度 $H = 10$ m, 挡墙入土深度 $D = 6$ m, 岩土等效内摩擦角为 $\varphi = 20^\circ$, 岩土极限弹性变形量 $\varepsilon_e = 0.001$, 极限塑性变形量 $\varepsilon_p = 0.01$, 静止土压力 $p_0 = 400$ kPa, 土压力与位移之间的非线性关系符合文献 [14] 所提出的正弦关系, 同时设土体即时位移 $\delta = 5$ mm, 极限土压力 σ_{cr} 和极限土压力所对应的极限土体位移 δ_{cr} 分别为 200 kPa、30 mm。

则, 根据公式 (21) 可得 $AIR = 7.46$ m。代入以上各值, 最后可得卸荷拱的形式为

$$\begin{cases} p = 2.9127 \text{ kPa} \\ q = 400 \sin \left[3.611 + 2.17 \times 10^{-5} f y + \frac{3.61}{f} \right] - 7.566 \\ 4qy^3 - (3pl^2 + 4qf^2)y + 12pfy^2 = 0 \end{cases}$$

6 结 语

卸荷拱的存在形式及其影响, 从 Terzaghi 时代一直到现在都吸引了大批专家学者的密切关注, 是一个相对古老的研究课题。现有研究基本上都没有考虑土压力随位移的变化而不断变化这一事实。

本文结合土压力随位移变化而变化的规律, 对卸荷拱周围土体中的土压力及其变形进行了分析, 以此为基础, 得到考虑土压力和位移非线性关系的卸荷拱轴线方程、宽度和矢高。这些结论是对卸荷拱研究的有益补充, 不过卸荷拱问题的研究较为复杂, 本文的很多分析都是基于一定的假设, 如, 坑周土体弹塑性变形随距离的变化规律均认为呈线性, 且没有考虑土体变形的时间效应等。希望更多的研究能给予进一步完善。

参考文献:

- [1] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算手册[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2004.
- [2] 赵明华, 陈炳初, 刘建华. 考虑土拱效应的抗滑桩合理桩间距分析[J]. 中南公路工程, 2006, 31(2): 1-4. ZHAO Minghua, CHEN Bingchu, LIU Jianhua. Analysis of the spacing between anti-slide piles considering soil-arch effect [J]. Central South Highway Engineering, 2006, 31(2): 1-3.
- [3] 周健, 罗筱波. 圆形支护结构的拱效应等效支撑计算方法[J]. 岩土力学, 2008, 24(2): 169-172. ZHOU Jian, LUO Xiaobo. Structural computation of circular retaining structure using method of equivalent retaining of arch effect [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 24(2): 169-172.
- [4] 杨锡武, 张永兴. 山区公路高填方涵洞的成拱效应及土压力计算理论研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(21): 3887-3893. YANG Xiwu, ZHANG Yongxing. Study on arch action and earth pressure theory for culverts under high embankment [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(21): 3887-3893.
- [5] 杨光华. 深基坑支护结构的实用计算方法及其应用[M]. 北京: 地质出版社, 2004.
- [6] TERZANHI K. Theoretical Soil mechanics [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1943.
- [7] VARDOULAKIS I, GRAF B. Trap door problem with dry sand: a statically approach based upon model kinematics [J]. Int J Numer Anal Mech Geomech, 1981, 5: 57-58.
- [8] 蒋波, 应宏伟, 谢康和. 挡土墙后土体拱效应分析[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2005, 39(1): 131-136. JIANG Bo, YING Hongwei, XIE Kanghe. Analysis on

- soil arching behind retaining wall[J]. Journal of Zhejiang University, 2005, 39(1): 131 - 136.
- [9] 陈德文. 南京新世纪广场深基坑连拱式组合拱结构支护设计[J]. 工业建筑, 1995, 25(9): 19 - 24.
- CHEN Dewen. Design of deep foundation pit supporting structure — mutiple-arches and built-arch structure for Nanjing new century square[J]. Industrial Construction, 1995, 25(9): 19 - 24.
- [10] 赵利益, 蔡伟铭. 深基坑开挖三维弹塑性有限元分析[J]. 上海铁道大学学报, 1997, 18(4): 100 - 105.
- ZHAO Liyi. 3-dimension elastic-plastic finite element analysis of the deep foundation pit excavation[J]. Journal of Shanghai Tiedao University, 1997, 18(4): 100 - 105.
- [11] 张土乔, 张仪萍, 龚晓南. 基于拱梁法原理的深基坑拱形围护结构分析[J]. 土木工程学报, 2002, 35(5): 64 - 69.
- ZHANG Tuqiao, ZHANG Yiping, GONG Xiaonan. analysis of arched retaining structure in deep foundation pits based on arch? beam method[J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(5): 64 - 69.
- [12] 蒋良潍, 黄润秋, 蒋忠信. 粘性土桩间土拱效应计算与桩间距分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(3): 445 - 450.
- JIANG Liangwei, HUANG Runqiu, JIANG Zhongxin. Analysis of soil arching effect between adjacent piles and their spacing in cohesive soils[J]. Rock And Soil Mechanics, 2006, 27(3): 445 - 450.
- [13] CLOUGH GW, DUNCAN JM. Finite element analysis of retaining wall behavior[J]. ASCE, 1971, 97(12): 1971 - 1989.
- [14] 徐日庆. 考虑位移和时间的土压力计算方法[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2000, 34(4): 370 - 375.
- XU Riqing. Methods of earth pressure calculation for excavation[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2000, 34(4): 370 - 375.

Unloading Arch Considering the Nonlinear Relationship of Displacement and Earth Pressure in Foundation Pit

SONG Ming-jian¹, TANG Lian-sheng², HU Wei-kang³

(1. School of Engineering of Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

2. Department of Earth Sciences of Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

3. Foshan Bureau of Land and Resource, Foshan 528000, China)

Abstract: The magnitude and form of unloading arch play important role in the distribution of space earth pressure and the deformation of foundation pit. The present researches on unloading arch almost ignored the nonlinear relationship earth pressure varying with displacement or deformation, which is determined in foundation pit. Firstly, some advances in mechanism analysis and calculation method of soil arch effect were reviewed. Secondly, the area around foundation pit are divided into un-touch area, elasticity area, plasticity area, destroy area four parts by different deformation after foundation pit is excavated. Combined with the mechanism of soil arch, the developmental mechanism of unloading arch and balance arch in foundation pit was analyzed. Thirdly, the progress and status of studies on nonlinear relationship of earth pressure varying with the displacement in foundation pit were summarized. Then, considering the nonlinear relationship between earth pressure and displacement, the earth pressure difference acting on unloading arch was simplified as uniform distribution on both sides of the front and back, triangle distribution on both sides of the left and right. And the formula of the axis, span and height of unloading arch and balance arch are put forward by analyzing mechanics characteristic and deformation law of unloading arch in foundation pit. Finally, based on the concept of *AIR* and the different deformation of elasticity area and plasticity area, the rule on the deformation varying with the distance was analyzed. And the calculation method of earth pressure difference was obtained. The soil arch effect in foundation pit can be reckoned and analyzed through the earth pressure difference and the calculating methods on axis, span and high of unloading arch and balance arch.

Key words: foundation pit; unloading arch; soil arch; earth pressure; displacement